**十年（**2014**－**2023**）年高考真题分项汇编—平面向量**

**目录**

[题型一：平面向量的概念及线性运算 1](#_Toc139908173)

[题型二：平面向量的基本定理 3](#_Toc139908174)

[题型三：平面向量的坐标运算 9](#_Toc139908175)

[题型四：平面向量中的平行与垂直 13](#_Toc139908176)

[题型五：平面向量的数量积与夹角问题 14](#_Toc139908177)

[题型六：平面向量的模长问题 33](#_Toc139908178)

[题型七：平面向量的综合应用 38](#_Toc139908179)

# 题型一：平面向量的概念及线性运算

**一、选择题**

1．(2021年高考浙江卷·第3题)已知非零向量，则“”是“”的 (　　)

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充分必要条件 D．既不充分又不必要条件

**【答案】**B

解析:若，则，推不出；若，则必成立，故“”是“”的必要不充分条件,故选B．

2．(2020年新高考全国卷Ⅱ数学(海南)·第3题)在中，*D*是*AB*边上的中点，则= (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**C

解析：

3．(2022新高考全国I卷·第3题)在中，点*D*在边*AB*上，．记，则 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】B**

解析：因点*D*在边*AB*上，，所以，即，

所以． 故选：B．

4．(2019·上海·第13题)已知直线方程的一个方向向量可以是 (　　)

1.  B． C． D．

**【答案】**D

【解析】依题意：为直线的一个法向量，∴ 方向向量为，选*D*.

**【点评】**本题主要考查直线的方向量．

5．(2019·全国Ⅰ·理·第4题)古希腊时期，人们认为最美人体的头顶至肚脐的长度与肚脐至足底的长度之比为(，称为黄金分割比例)，著名的“断臂维纳斯”便是如此．此外，最美

人体的头顶至咽喉的长度与咽喉至肚脐的长度之比也是．若某人满足上述两个黄金

分割比例，且腿长为105cm，头顶至脖子下端的长度为26cm，则其身高可能是 (　　)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *A*．165cm | *B*．175cm | *C*．185cm | *D*．190cm |



**【答案】**

答案：B

解析：如图，，

，则，，，

所以身高，

又，所以，身高，

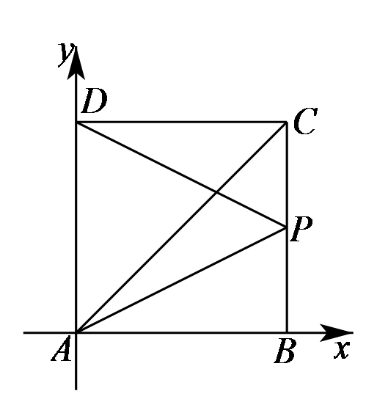
故，故选B．

**二、填空题**

1．(2020北京高考·第13题)已知正方形的边长为，点满足，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_；\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**(1)．  (2)． 

【解析】以点为坐标原点，、所在直线分别为、轴建立如下图所示的平面直角坐标系，



则点、、、，，

则点，，，

因此，，．故答案为：；．

2．(2014高考数学北京理科·第10题)已知向量 、满足||=1 , = (2 , 1), 且 (), 则 = ．

**【答案】**

解析：∵，∴，

3．(2015高考数学新课标2理科·第13题)设向量，不平行，向量与平行，则实数\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

解析：因为向量与平行，所以，则所以．

# 题型二：平面向量的基本定理

**一、选择题**

1．(2018年高考数学课标卷Ⅰ(理)·第6题)在中,为边上的中线，为的中点，则 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**A

解析：在中，为边上的中线，为的中点，，故选A．

2．(2014高考数学福建理科·第8题)在下列向量组中，可以把向量表示出来的是 (　　)

A． B．

C． D．

**【答案】B**

解析：根据，

选项A：，则，，无解，故选项A不能；

选项B：，则，，解得，，，故选项B能．

选项C：，则，，无解，故选项C不能．

选项D：，则，，无解，故选项D不能．故选：B．

3．(2015高考数学新课标1理科·第7题)设D为学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ABC所在平面内一点，则 (　　)

A． B．

C． D．

**【答案】**A

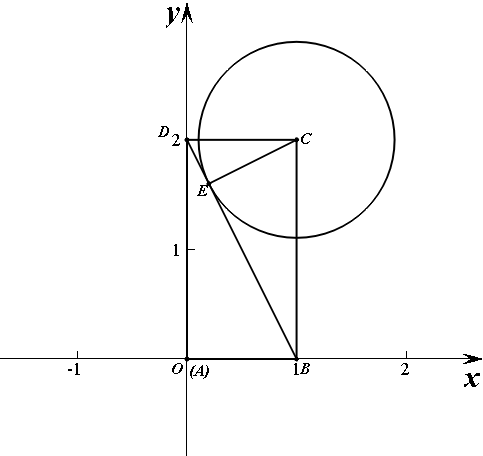
解析：由题知=，故选A．

4．(2017年高考数学课标Ⅲ卷理科·第12题)在矩形中，，，动点在以点为圆心且与相切的圆上，若，则的最大值为 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**A

**【解析】**法一：以为坐标原点，所在直线为轴，所在直线为轴建立平面直角坐标系，如下图



则，，，，连结，过点作于点

在中，有

即

所以圆的方程为

可设

由可得

所以，所以

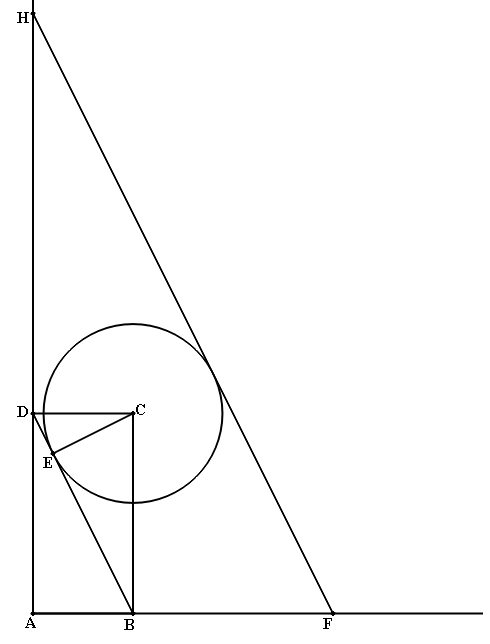
其中，

所以的最大值为，故选A．

法二：通过点作于点，由，，可求得

又由，可求得

由等和线定理可知，当点的切线(即)与平行时，取得最大值

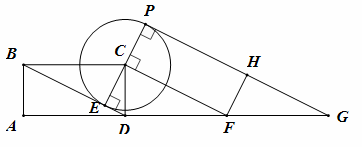


又点到的距离与点到直线的距离相等，均为

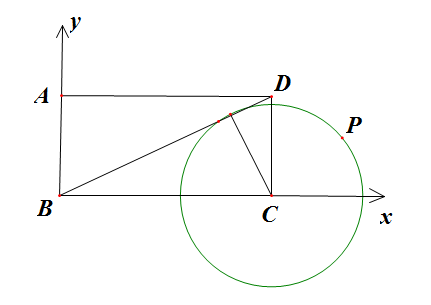
而此时点到直线的距离为

所以，所以的最大值为，故选A．

另一种表达：如图，由“等和线”相关知识知，当点在如图所示位置时，最大，且此时若，则有，由三角形全等可得，知，所以选A．



法三：如图，建立平面直角坐标系



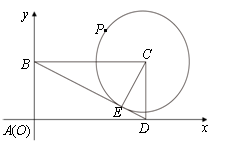
设学科网 版权所有

根据等面积公式可得圆的半径是学科网 版权所有，即圆的方程是学科网 版权所有

学科网 版权所有，若满足学科网 版权所有

即学科网 版权所有 ，学科网 版权所有 ，所以学科网 版权所有，设学科网 版权所有 ，即学科网 版权所有，点学科网 版权所有在圆学科网 版权所有上，所以圆心到直线的距离学科网 版权所有，即学科网 版权所有 ，解得学科网 版权所有，所以学科网 版权所有的最大值是，即学科网 版权所有的最大值是，故选A．

法四：由题意，画出右图．



设与切于点，连接．以为原点，为轴正半轴，为轴正半轴建立直角坐标系

则点坐标为．∵，．∴．切于点．

∴⊥．∴是中斜边上的高．

即的半径为．∵在上．∴点的轨迹方程为．

设点坐标，可以设出点坐标满足的参数方程如下：

而，，．

∵

∴，．

两式相加得：



(其中，)

当且仅当，时，取得最大值3．

**二、填空题**

1．(2023年天津卷·第14题)在中，，，点为的中点，点为的中点，若设，则可用表示为\_\_\_\_\_\_\_\_\_；若，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**①．  ②． 

解析：空1：因为为的中点，则，可得，

两式相加，可得到，

即，则；

空2：因为，则，可得，

得到，

即，即．

于是．

记，

则，

在中，根据余弦定理：，

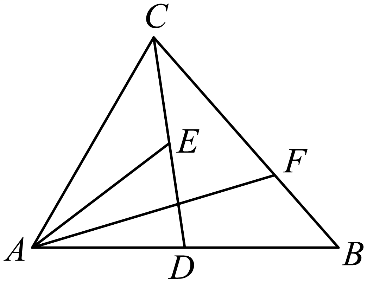
于是，

由和基本不等式，，

故，当且仅当取得等号，

则时，有最大值．

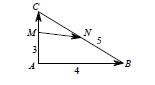
故答案：；．



2．(2015高考数学北京理科·第13题)在中，点，满足，．若，则 ； ．

**【答案】**

解析：特殊化，不妨设，利用坐标法，以A为原点，AB为轴，为轴，建立直角坐标系，，，则，．



3．(2017年高考数学江苏文理科·第12题)如图,在同一个平面内,向量学科网 版权所有,学科网 版权所有,学科网 版权所有的模分别为1,1,学科网 版权所有,学科网 版权所有与学科网 版权所有的夹角为学科网 版权所有,且tan学科网 版权所有=7,学科网 版权所有与学科网 版权所有的夹角为45°．若学科网 版权所有学科网 版权所有, 则学科网 版权所有\_\_\_\_\_\_．



*A*

*C*

*B*

*O*

(第12题)

**【答案】**3

解析:由学科网 版权所有可得学科网 版权所有,学科网 版权所有,根据向量的分解,易得学科网 版权所有,即学科网 版权所有,即学科网 版权所有,即得学科网 版权所有,所以学科网 版权所有．

# 题型三：平面向量的坐标运算

**一、选择题**

1．(2023年北京卷·第3题)已知向量满足，则 (　　)

A． B． C．0 D．1

**【答案】**B

解析：向量满足，

所以．

故选：B

2．(2023年新课标全国Ⅰ卷·第3题)已知向量，若，则 (　　)

A． B．

C． D．

**【答案】**D

解析：因为，所以，，

由可得，，

即，整理得：．

故选：D．

3．(2014高考数学重庆理科·第4题)已知向量，且,则实数 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**C

解析：

4．(2014高考数学安徽理科·第10题)在平面直角坐标系中，已知向量，，，，点满足．曲线，区域，若为两段分离的曲线，则 (　　)

A． B．

C． D．

**【答案】**A

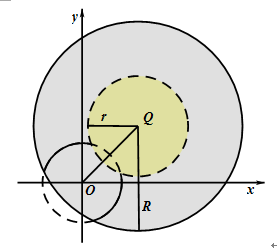
解析：因为 ，且 ，设 ， ，

则由得

曲线C:设，则，，则，表示以为圆心，为半径的圆；

区域 ：设，则由，则有：，

表示以 为圆心，分别以和为半径的同心圆的圆环形区域(如图)，



若使得是两段分离的曲线，则由图像可知：，故选A．

5．(2016高考数学课标Ⅲ卷理科·第3题)已知向量,,则 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**A

【解析】由题意,得,所以,故选A.

6．(2016高考数学课标Ⅱ卷理科·第3题)已知向量，且，则 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**D

【解析】由可得：，所以，又

所以，所以，故选D．

**二、填空题**

1．(2021年高考全国乙卷理科·第14题)已知向量，若，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

解析：因为，所以由可得，

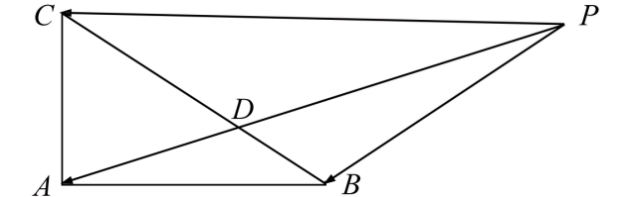
，解得．

故答案为：．

【点睛】本题解题关键是熟记平面向量数量积的坐标表示，设，

，注意与平面向量平行的坐标表示区分．

2．(2020江苏高考·第13题)在中，在边上，延长到，使得，若(为常数)，则的长度是\_\_\_\_\_\_\_\_．



【答案】

【解析】三点共线，可设，，

，即，

若且，则三点共线，，即，

，，,,，，

设，，则，．

根据余弦定理可得，，

，，解得，的长度为．

当时， ，重合，此时的长度为，

当时，，重合，此时，不合题意，舍去．故答案为：或．

3．设向量与的夹角为，，，则　　　　　．

**【答案】**

解：设向量与的夹角为且∴ ，

则。

4．(2015高考数学江苏文理·第6题)已知向量，, 若(), 则的值为\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

解析：由题意得：

5．(2016高考数学课标Ⅰ卷理科·第13题)设向量，，且，则 ．

**【答案】**【解析】由已知得：

∴，解得．

# 题型四：平面向量中的平行与垂直

一、选择题

1．(2018年高考数学北京（理）·第6题) 设，均为单位向量，则“”是“的 (　　)

A．充分而不必要条件 B．必要而不充分条件

C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

**【答案】**C

解析：等号两边分别平方得：，因为，

所以，与等价，故选C．

2．(2016高考数学山东理科·第8题) 已知非零向量满足，．若，则实数的值为 (　　)

A．4 B． C． D．–

**【答案】**B

【解析】由，可设，又，所以

 所以，故选B．

二、填空题

1．(2014高考数学湖北理科·第11题)设向量，，若，则实数 ．

**【答案】**

解析：由题意得(***a***＋*λ****b***)·(***a***－*λ****b***)＝0，即***a***2－*λ*2***b***2＝0，则***a***2＝*λ*2***b***2．

∴．∴*λ*＝±3．

2．(2018年高考数学课标Ⅲ卷(理)·第13题)已知向量，，，若，则 ．

**【答案】**

解析：依题意可得，又，

所以，解得．

3．(2021年高考全国甲卷理科·第14题) 已知向量．若，则\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**．

解析：,

，解得,

故答案为：．

# 题型五：平面向量的数量积与夹角问题

**一、选择题**

1．(2020年高考课标Ⅲ卷理科·第6题) 已知向量*a*，*b*满足，，，则 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**D

解析：，，，．

，

因此，．

故选：D．

【点睛】本题考查平面向量夹角余弦值的计算，同时也考查了平面向量数量积的计算以及向量模的计算，考查计算能力，属于中等题．

2．(2022年高考全国乙卷数学（理）·第3题) 已知向量满足，则 (　　)

A． B． C．1 D．2

**【答案】**C

解析：∵，

又∵

∴9，

∴ 故选：C．

3．(2019·全国Ⅱ·理·第3题) 已知，，，则 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**C

**【解析】∵**，，∴,∴，解得，

即，则．

4．(2018年高考数学天津（理）·第8题) 如图，在平面四边形中，，，，，若点为边上的动点，则的最小值为 (　　)

A． B． C． D．3



**【答案】**A

【基本解法1】连接，则易证明，所以



所以，设，

则





，当时，取得最小值，最小值为．

【基本解法1】连接，则易证明，所以，

所以，以为坐标原点，所在方向为轴正方向

建立如图所示平面直角坐标系，过作轴于点



则，所以，

设，则，

，

当时，取得最小值，最小值为．

5．(2018年高考数学课标Ⅱ卷（理）·第4题) 已知向量，满足，，则 (　　)

A．4 B．3 C．2 D．0

**【答案】**B

解析：，故选B．

6．(2014高考数学天津理科·第8题) 已知菱形的边长为2,,点分别在边上,,．若,,则 (　　)

A． B． C． D．

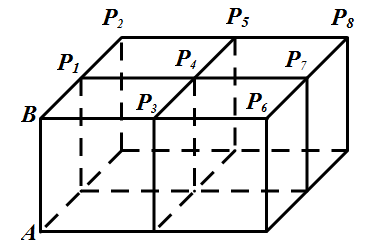
**【答案】**C

解析:记,,则

,所以．故选C．

7．(2014高考数学上海理科·第16题) 如图，四个棱长为的正方体排成一个正四棱柱，是一条侧棱，是上底面上其余的八个点，则的不同值的个数为 (　　)．

A．1 B．2 C．4 D．8



**【答案】**A

解析:在上的投影为，所以,值只有一个．

8．(2014高考数学课标2理科·第3题) 设向量a,b满足|a+b|=，|a-b|=，则ab= (　　)

A．1 B．2 C．3 D．5

**【答案】**A

解析：因为

两式相加得：所以，故选A．

9．(2015高考数学四川理科·第7题) 设四边形为平行四边形，，．若点满足，，则 (　　)

A．20 B．15 C．9 D．6

**【答案】**C

解析：

，所以

，选C．

10．(2015高考数学陕西理科·第7题) 对任意向量，下列关系式中不恒成立的是 (　　)

A． B．

C． D．

**【答案】**B

解析：因为，所以选项A正确；当与方向相反时，不成立，所以选项B错误；向量的平方等于向量的模的平方，所以选项C正确；，所以选项D正确．故选B．

11．(2015高考数学山东理科·第4题) 已知菱形的边长为，,则 (　　)

A． B． C． D．



**【答案】**D

解析：因为

故选D．

12．(2015高考数学福建理科·第9题) 已知，若点是所在平面内一点，且，则的最大值等于 (　　)

A．13 B．15 C．19 D．21

**【答案】**A

解析：以为坐标原点，建立平面直角坐标系，如图所示，则，，，即，所以，，因此

，因为，所以 的最大值等于，当，即时取等号．

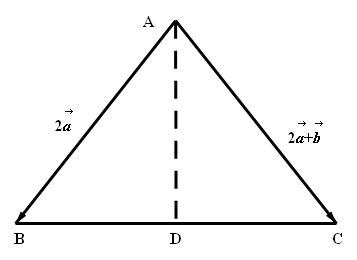


13．(2015高考数学安徽理科·第8题) 是边长为的等边三角形，已知向量，满足，，则下列结论正确的是 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**D

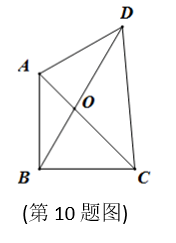
解析：如图，



由题意，，则，故错误；，所以，又，所以，故错误；设中点为，则，且，而，所以，故选D．

14．(2017年高考数学浙江文理科·第10题) 如图,已知平面四边形,,,,与交于点．记,,,则 (　　)

A． B． C． D．



**【答案】**C

【解析】法一:



动态研究问题:,．

此时有,,,且,．

故．故选C．

【解析】法二:

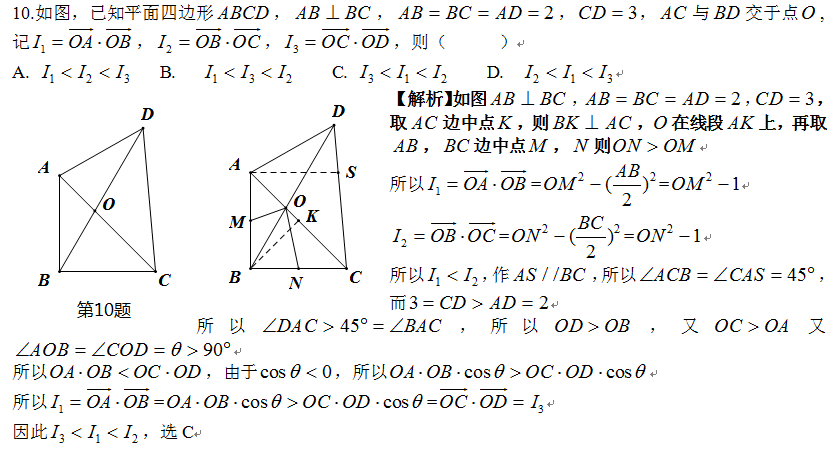
如图,取边中点,则,在线段上,再取,中点,则．所以,

,所以．

作交于,所以,而,所以,

,所以,又,．

所以,所以．故选C．



法三:余弦定理得,,所以,

所以,所以．

又由余弦定理得,所以 ,

所以．故．

而,,

,所以．故选C．

15．(2017年高考数学课标Ⅱ卷理科·第12题) 已知是边长为2的等边三角形，为平面内一点，则的最小值是 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**B

【**命题意图**】本题主要考查等边三角形的性质及平面向量的线性运算﹑数量积，意在考查考生

转化与化归思想和运算求解能力

【**解析**】**解法一：建系法**

|  |  |
| --- | --- |
|  | 连接，，，．  ，∴  ∴  ∴，∴  ∴最小值为 |

**解法二：均值法**

∵，∴ 

由上图可知：；两边平方可得

∵ ，∴ 

∴ ，∴最小值为

**解法三：配凑法**

∵

∴ 

16．(2016高考数学天津理科·第7题) 已知是边长为1的等边三角形，点分别是边的中点，连接并延长到点，使得，则的值为 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**B

解析： 

∴

，选B．



17．(2019·全国Ⅰ·理·第7题) 已知非零向量，满足，且，则与的夹角为 (　　)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *A*． | *B*． | *C*． | *D*． |

**【答案】**B

解析：，所以，

所以．

18．(2023年全国甲卷理科·第4题) 已知向量满足，且，则 (　　)

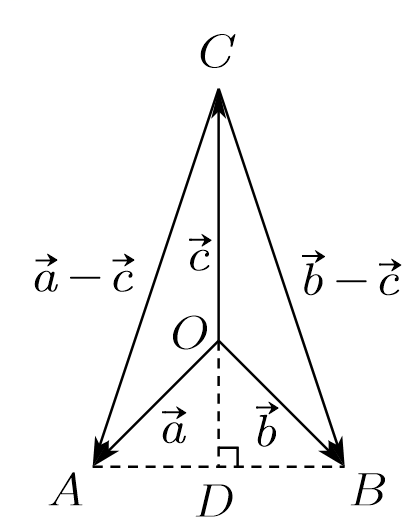
A． B． C． D．

**【答案】**D

解析：因为,所以,

即,即,所以．

如图,设,



由题知,是等腰直角三角形,

*AB*边上的高,

所以,

,



．

故选:D．

19．(2014高考数学四川理科·第7题) 平面向量，且与的夹角等于与的夹角，则 (　　)

A．-2 B．-1 C．1 D．2

**【答案】**D

解析：

因为，，所以，又

所以即

解析2：由几何意义知为以，为邻边的菱形的对角线向量，又故

20．(2023年全国乙卷理科·第12题) 已知的半径为1，直线*PA*与相切于点*A．*直线*PB*与交于*B．C*两点，*D*为*BC*的中点，若，则的最大值为 (　　)

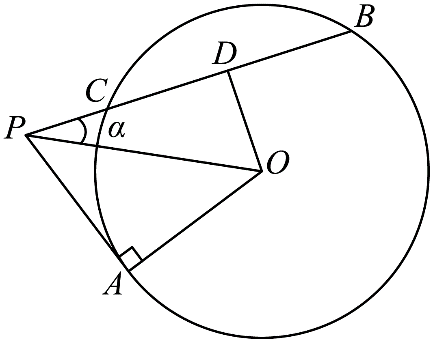
A． B．

C． D．

**【答案】**A

解析：如图所示，，则由题意可知:，

由勾股定理可得



当点位于直线异侧时，设，

则：





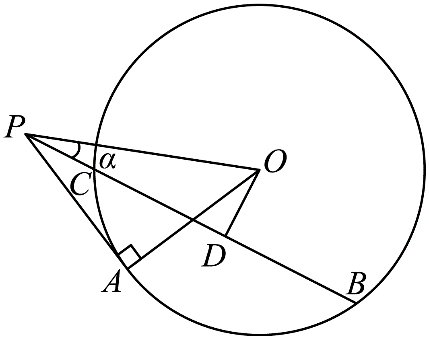






，则

当时，有最大值．



当点位于直线同侧时，设，

则：











，则

当时，有最大值．

综上可得，的最大值为．

故选：A．

**二、填空题**

1．(2020年高考课标Ⅱ卷理科·第13题) 已知单位向量,的夹角为45°，与垂直，则*k*=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

解析：由题意可得：，

由向量垂直的充分必要条件可得：，

即：，解得：．

故答案为：．

【点睛】本题主要考查平面向量的数量积定义与运算法则，向量垂直的充分必要条件等知识，意在考查学生的转化能力和计算求解能力．

2．(2020年浙江省高考数学试卷·第17题) 设，为单位向量，满足，，，设，的夹角为，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

解析：，

，

，



．

3．(2022年高考全国甲卷数学（理）·第13题) 设向量，的夹角的余弦值为，且，，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

【解析】设与的夹角为，因为与的夹角的余弦值为，即，

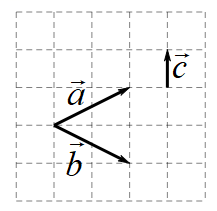
又，，所以，

所以．

故答案为：．

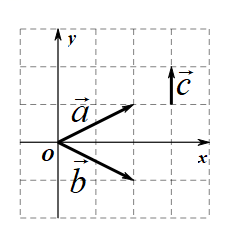
30．(2021高考北京·第13题) 已知向量在正方形网格中的位置如图所示．若网格纸上小正方形的边长为1，则

 \_\_\_\_\_\_\_\_；\_\_\_\_\_\_\_\_．



**【答案】①． 0 ②． 3**

**解析：以交点为坐标原点，建立直角坐标系如图所示：**

****

**则，**

**，，**

**．**

**故答案为：0；3．**

5．(2019·天津·理·第14题) 在四边形中，，点在线段的延长线上，且，则 ．

**【答案】**答案：

解析：以为坐标原点，所在直线为轴建立如图所示平面直角坐标系，

则，因为，所以，

又，可得，又，所以，所以，

．



6．(2018年高考数学上海·第8题) 在平面直角坐标系中，已知点、，、是轴上的两个动点，且，则的最小值为 ．

**【答案】**

解析：设，则，

，最小值为．

解法2：．

取中点，则．显然(当关于原点对称)．

所以．则．



7．(2014高考数学课标1理科·第15题) 已知A,B,C是圆O上的三点,若高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,则高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。与高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。的夹角为\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。

解析:∵高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,∴O为线段BC中点,故BC为高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。的直径,

∴高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。,∴高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。与高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。的夹角为高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。．

8．(2014高考数学江苏·第12题) 如图，在平行四边形中，已知，，，，则的值是 ．

*A*

*B*

*D*

*C*

*P*

**【答案】**22

解析：解法一：(基底法)考虑将条件中涉及的向量用基底表示，而后实施计算．

，．

则．

因为，则，故．

解法二：(坐标法)不妨以点为坐标原点，所在直线作为轴建立平面直角坐标系，可设，则，．

由，得，由，得，则，

所求．

9．(2015高考数学天津理科·第14题) 在等腰梯形 中,已知 ,动点 和 分别在线段 和 上,且, 则的最小值为 ．

**【答案】**

解析：因为，，

，，





当且仅当即时的最小值为．



10．(2015高考数学上海理科·第14题) 在锐角中，，为边上的一点，与面积分别为2和4，过作于，于，则 ．

**【答案】**

解析：由题可知，，



，，

，所以，，

，化简可得

．

11．(2015高考数学湖北理科·第11题) 已知向量，，则 ．

**【答案】**9

解析：因为，，

所以．

12．(2017年高考数学天津理科·第13题) 在中,,,．若,,且,则的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

【解析】以点为坐标原点,以所在直线为轴建立直角坐标系(如图所示)．依题意易得

,则可得,,于是有,解得．

13．(2017年高考数学江苏文理科·第13题) 在平面直角坐标系学科网 版权所有中,学科网 版权所有点学科网 版权所有在圆学科网 版权所有上,若学科网 版权所有则点学科网 版权所有的横坐标的取值范围是\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**学科网 版权所有

解析:设学科网 版权所有,由学科网 版权所有得学科网 版权所有,由学科网 版权所有,可得学科网 版权所有或学科网 版权所有,由学科网 版权所有得P点在圆左边弧上学科网 版权所有上,由限制条件学科网 版权所有,可得点P横坐标的取值范围为学科网 版权所有．

14．(2016高考数学浙江理科·第15题) 已知向量，．若对任意单位向量，均有，则的最大值是 ．

**【答案】**

解析：由于对任意单位向量恒成立，所以，

，所以，即，故的最大值是．

15．(2016高考数学上海理科·第12题) 在平面直角坐标系中，已知，是曲线上一个动点，则的取值范围是 ．

**【答案】**

解析：由题意设，，则，又

所以．

所以的范围为．

16．(2016高考数学江苏文理科·第13题) 如图，在中，是的中点，是上两个三等分点，，，则的值是 ．



**【答案】**．

解析：令，，则，，

则，，，，，

则，，，

由，可得，，

因此，因此．

17．(2019·上海·第3题) 已知向量，，则与的夹角为\_\_\_\_\_\_\_\_.

**【答案】**

【解析】.故

18．(2019·全国Ⅲ·理·第13题) 已知，为单位向量，且，若，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】．

【解析】因为，，所以，

，所以，所以．

【点评】本题主要考查平面向量的数量积、向量的夹角．渗透了数学运算、直观想象素养．使用转化思想得出答案．

19．(2014高考数学江西理科·第15题) 已知单位向量与的夹角为,且,向量与的夹角为,则=\_\_\_\_\_\_\_

**【答案】**

分析:因为所以



20．(2021年高考浙江卷·第17题) 已知平面向量满足．记向量在方向上的投影分别为*x*，*y*，在方向上的投影为*z*，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

解析:由题意，设，则，即，

又向量在方向上投影分别为*x*，*y*，所以，

所以在方向上的投影，

即,

所以，

当且仅当即时，等号成立，所以的最小值为．故答案为．

21．(2021年新高考全国Ⅱ卷·第15题) 已知向量，，，\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

解析:由已知可得，

因此，．故答案为：．

# 题型六：平面向量的模长问题

一、选择题

23．(2014高考数学大纲理科·第4题) 若向量满足：则 (　　)

A．2 B． C．1 D．

**【答案】**B

解析：因为，所以，即，所以，

又因为，

所以，故选B．

2．(2015高考数学湖南理科·第8题) 已知点，，在圆上运动，且，若点的坐标为，则的最大值为 (　　)

A．6 B．7 C．8 D．9

**【答案】**B．

分析：由题意得，为圆的直径，故可设，，，

∴，∴的最大值为圆上的动点到点距离的最大值，从而易得当时的最大值为，故选B．

3．(2018年高考数学浙江卷·第9题) 已知是平面向量，是单位向量，若非零向量与的夹角为，向量满足，则的最小值是 (　　)

A． B． C．2 D．

**【答案】**A

解析：解法1：(配方法)由得，即，因此．如图，，，，则向量的终点在以为圆心，1为半径的圆上，而的终点在射线上，，问题转化为圆上的点与射线上的点连线长度最小，显然其最小值为圆心到射线的距离减去半径即为．



解法2：(向量的直径圆式)由，得，所以，

如图，，则，即终点在以为直径的圆上，以下同解法1．

解法3：(绝对值性质的应用)由，得，即，

因此，而由图形得，

所以，所以的最小值为．

解法4：(坐标法)设起点均为原点，设，，则的终点在射线上，由，得，即，所以向量的终点在圆

上，的最小值即为求圆上一点到射线上一点的最小距离，

即为．



二、填空题

1．(2023年新课标全国Ⅱ卷·第13题) 已知向量，满足，，则\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

解析：法一：因为，即，

则，整理得，

又因为，即，

则，所以．

法二：设，则，

由题意可得：，则，

整理得：，即．

故答案为：．

2．(2019·浙江·第17题) 已知正方形的边长为当每个取遍时，，的最小值是 ，最大值是 ．

**【答案】**0，

**【解析】**正方形的边长为1，可得，，．

所以



，

由于，2，3，4，5，取遍，取，，，时

得，，此时所求最小值为0；

由中，中的一个最大值为4，另一个为2，

可取，，，，，此时所求最大值为．



3．(2014高考数学湖南理科·第16题) 在平面直角坐标系中, 为原点,,动点满足,则的最大值是\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

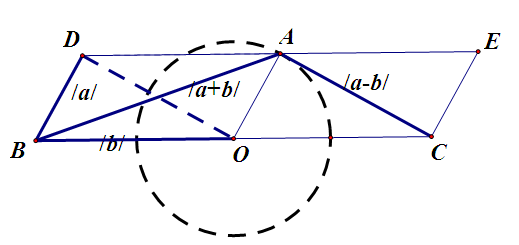
解析:动点的轨迹为以为圆心的单位圆,则设为,则

4．(2017年高考数学浙江文理科·第15题) 已知向量,满足,则的最小值是\_\_\_\_\_,最大值是\_\_\_\_．

**【答案】**,

【解析】(几何法)本题的关键是要挖掘隐含条件:是以为邻边的平行四边形的两条对角线,故．如图,是以为邻边的平行四边形的两条对角线,是以为圆心的单位圆上一动点,构造2个全等的平行四边形．所以．易知当三点共线时,最小,此时;当时,最大,此时

．



(坐标法)

设,,则,,

所以,

则,所以．

(不等式法)

最小值:．(当且仅当方向相反,即时,取“=”)．最大值:．

(当且仅当,即时,取“=”)．

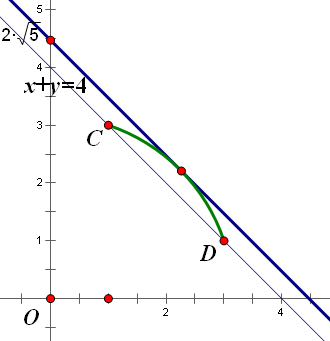
(转化为二元最值问题)

令原题转化为,且,

求的最值．

方法1(数形结合):直线与圆弧有交点,如图可得．

方法2(判别式法):化简得得,所以．当然,本题用基本不等式,柯西不等式等方法都能求最值．



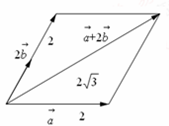
5．(2017年高考数学新课标Ⅰ卷理科·第13题) 已知向量,的夹角为,,,则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

【解析】法一:

所以．

法二(秒杀解法):利用如下图形,可以判断出的模长是以为边长的菱形对角线的长度,则为．



法三:坐标法

依题意,可设,,所以

所以．

6．(2020年高考课标Ⅰ卷理科·第14题)设为单位向量，且，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

【解析】因为为单位向量，所以

所以

解得：

所以

故答案为：

# 题型七：平面向量的综合应用

**一、多选题**

1．(2021年新高考Ⅰ卷·第10题)已知为坐标原点，点，，，，则 (　　)

A． B．

C． D．

**【答案】**AC

解析:A：，，所以，，故，正确；

B：，，所以，同理，故不一定相等，错误；

C：由题意得：，，正确；

D：由题意得：，

，错误；

故选AC．

二、选择题

1．(2014高考数学浙江理科·第8题) 记，，设为平面向量，则 (　　)

A．

B．

C．

D．

**【答案】**D

解析：对于选项A，取，则由图形可知，根据勾股定理，结论不成立；对于选项B，取，是非零的相等向量，则不等式左边，显然，不等式不成立；

对于选项C，取，是非零的相等向量，则不等式左边=4，而不等式右边2，显然不成立．

由排除法可知，D选项正确．故选：D．

**三、填空题**

1．(2019·江苏·第12题)如图，在中，是的中点，在边上，，与交于，若，则的值是\_\_\_\_\_\_.



【答案】

【解析】法1：，

设，则，

因为三点共线，，所以，所以，

所以，

故，所以.

法2：不妨设，以为原点，，为轴正方向建系，

设，， ，则，

则，所以点，

，所以，所以.

法3：极化恒等式+中线定理：

同解法一知：，同理可得：，取中点，

所以，，，

因为，所以.

由中线定理得，，所以，所以.

2．(2014高考数学安徽理科·第15题)已知两个不相等的非零向量，两组向量,,,,和,,,,均由2个和3个排列而成．记，表示所有可能取值中的最小值，则下列命题正确的是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_(写出所有正确命题的编号)．

①有5个不同的值

②若，则与无关

③若，则与无关

④若，则

⑤若，，则与的夹角为

**【答案】**②④

解析：记,，

若与中有两个向量对应，则；

若与中有且只有一个向量对应，则，

若与中没有向量对应，则．

；；

又因为，所以． 所以①说法有三个不同的值，说法错误；

对于②，，当时，，故②正确；

又当，与有关，故③说法错误；

当时，，故④正确；当时，，所以，所以，所以，故⑤说法错误，综上易知正确的是②④．

3．(2015高考数学浙江理科·第15题)已知是空间单位向量，，若空间向量满足，且对于任意，，则 ， ， ．

**【答案】**，，．

解析：问题等价于当且仅当，时取到最小值1，两边平方即

在，时，取到最小值1，

，∴．